1. Laboratóriumi gyakorlat

Ellenállás mérés hídmódszerrel

1. A gyakorlat célkitűzései

A Wheastone-híd felépítésének tanulmányozása, ellenállások mérése 10^2-10^5 tartományban, a híd érzékenységének meghatározása, valamint mérési hibák számítása.

2. Elméleti bevezető

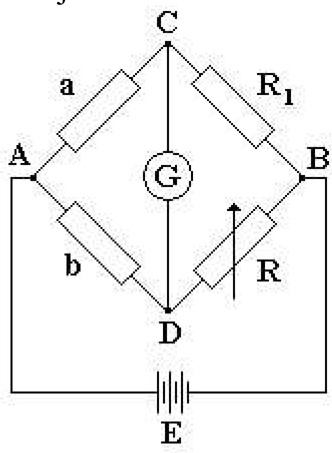
A hídmódszerrel való mérés az egyik legpontosabb mérési módszer úgy egyenáramú, mint váltakozó áramú áramkörökben. A mérendő ellenállás értékektől függően háromféle hidat használunk:

- Thomson, vagy Kelvin híd – mérési tartomány: 10^{-5}-10^0 Ω
- Wheatstone-híd - mérési tartomány: 10^0 -10^6 Ω
- Megohm-híd – mérési tartomány: 10^6 Ω fölött.

A leggyakrabban használt híd a Wheatstone-híd, mellyel nem csak ellenállásokat, hanem ellenállás-változásra visszavezethető nem-elektromos mennyiségeket (hőmérsékletet, erő, deformáció, nyomás elmozdulás) is lehet mérni.

Általában a híd négy ellenállásból áll, melyeket egy négyzet oldalai mentén helyezünk el; a hidat az egyik átló mentén tápláljuk egyenfeszültséggel, a másik átlójára pedig egy galvanométert kötünk. A híd két üzemmódban dolgozhat: kiegyenlített (a galvanométer 0-t mutat) és kiegyenlítetlen állapotban (a galvanométer kitérése függ az ismeretlen ellenállás értékétől).

A Wheastone-híd elvi rajza az 1. 1. ábrán látható.



1.1.ábra

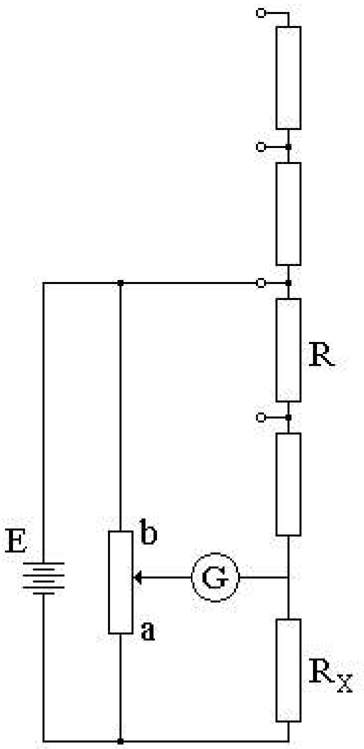
Ha a híd kiegyenlített állapotban van, a következő egyenlőséget tudjuk felírni:

$$\left.\begin{array}{l} U_{AC} = U_{AD} \\ U_{BC} = U_{BD} \end{array}\right\} \Rightarrow b \cdot R_X = a \cdot R \Rightarrow R_X = \frac{a}{b} R \qquad (1.1.)$$

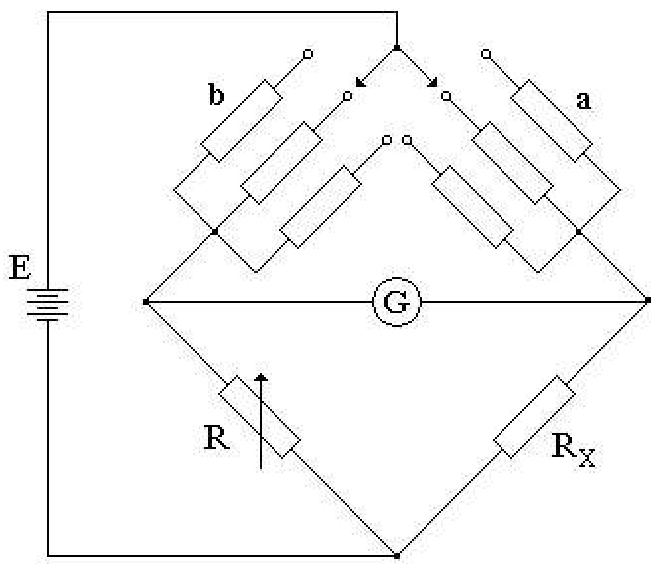
Ebből következik, ha egy ellenállás ismeretlen, azt ki tudjuk számítani a másik három függvényében, miután a hidat kiegyenlítettük.

Az 1. 1. összefüggést kétféleképpen teljesíthetjük:

- $\frac{a}{b}$ arány változtatásával, mikor R állandó (1. 2. ábra)
- $\frac{a}{b}$ arány állandó, R változtatásával (1. 3. ábra)



1. 2. ábra



1. 3. ábra

Az 1. 1. összefüggés létrehozható nagyon sok $\frac{a}{b}$ arány mellett, de az $\frac{a}{b}$ arányt úgy választjuk meg, hogy a híd pontossága minél nagyobb legyen.

A híd érzékenységét úgy határozzuk meg, mint a galvanométer kitérésének változása ($\alpha_1 - \alpha$) és a megfelelő ellenállás relatív változásának aránya (R_1-R)/R.

$$S = \lim_{\Delta R \to 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta R} \cdot R \qquad (1.2.)$$

A maximális relatív hiba (egy ismeretlen R_X ellenállás mérésénél):

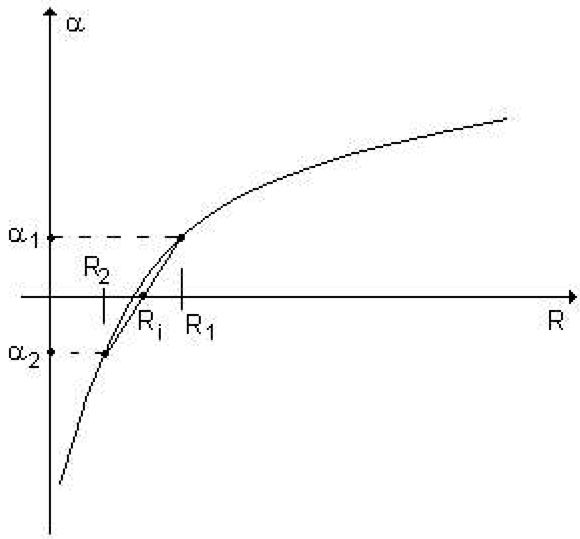
$$\varepsilon = \frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta\alpha}{S} \qquad (1.3.)$$

ahol az első három tag a hidat alkotó ellenállások relatív hibái és $\Delta\alpha / S$ a galvanométer érzékenységéből adódó hiba.

Ha a hidat nem tudjuk kiegyenlíteni, akkor az ismeretlen ellenállást több lépésben határozzuk meg. Először meghatározzuk azt az $R=R_1$ ellenállást, melyre a galvanométer balra tér ki α_1 beosztást; majd azt az $R=R_2$ ellenállást, melyre a galvanométer jobbra tér ki α_2 beosztást. Ezekből az értékekből számítunk egy R_i interpolált értéket (lásd az 1. 4. ábrát), a következő összefüggéssel, mely megközelíti azt az ellenállás értéket, melyre a híd egyensúlyban van:

$$R_i = \frac{R_1 \cdot \alpha_2 + R_2 \cdot \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

(1.4.)



1.4. Ábra.

Minél közelebb van az α_1 és α_2 kitérés a nullához, annál közelebb van az interpolált R_i érték az egyensúlyi állapotnak megfelelő R értékhez. Az ismeretlen ellenállás értékét az 1. 1. összefüggés segítségével számítjuk ki, amelybe most R helyett az R_i interpolált értéket írjuk.

$$R_X' = \frac{a}{b} \cdot R_i \qquad (1.5.)$$

3. A mérés menete

Összeállítjuk a Wheastone-hídat az 1. 1. ábrának megfelelően, melyben az a, b és R dekadikus ellenállások, az ismeretlen R_X ellenállás három különböző tartományból való:

$R_{X1} = 100 \div 1000\Omega$

$R_{X2} = 1k\Omega \div 10k\Omega$

$R_{X3} = 10k\Omega \div 1000k\Omega$

Az R_X ellenállások értékét a rajtuk levő vonalkóddal határozzuk meg és beírjuk az 1.1-es táblázatba. Ebből az értékből kiindulva határozzuk meg az $\frac{a}{b}$ arányt, úgy hogy, az R szerepét betöltő dekadikus ellenállásnak a legnagyobb helyértékű számjegyét használjuk (ekkor a legnagyobb a híd pontossága). Az $\frac{a}{b}$ arány meghatározásához az 1.1. összefüggést használjuk, de csak az ellenállások nagyságrendjével dolgozunk.

Az E feszültségforrás egy PE1500 jelölésű tápforrás (max. 7.5V), melyen 4V-ot állítunk be. Galvanométerként egy fénysugaras galvanométert használunk 150÷5mV-os méréshatárokkal, melynek méréshatárát az egyensúly közeledtével csökkentjük.

Az ismeretlen ellenállásokat kétféleképpen mérjük meg.

Először az R_X ellenállás mért, pontos értékét a híd kiegyenlítéséből kapjuk, módosítva az R ellenállást és felhasználva az 1.1. összefüggést. A kiegyenlített állapotnak megfelelő R értéket szintén a táblázatba írjuk. A második esetben feltételezzük, hogy a hidat nem tudjuk kiegyensúlyozni, tehát két lépésből meghatározzuk az R_i értékét, az 1. 4. összefüggést felhasználva. Majd ennek segítségével számítjuk ki az ismeretlen ellenállást (R'_X), az 1. 5. összefüggéssel.

A mért és számított értékeket az alábbi táblázatba írjuk be:

1. 1.táblázat

Leolva-sott $R_x[\Omega]$	$\frac{a}{b}$	R $[\Omega]$	Számí-tott $R_x[\Omega]$	α_1 [div]	R_1 $[\Omega]$	α_2 [div]	R_2 $[\Omega]$	R_i $[\Omega]$	R'_x $[\Omega]$	ΔR $[\Omega]$	ε_{abs} [%]

Az a/b arány befolyásolja a mérés pontosságát. Hogy az a/b arány hatását érzékeltetni tudjuk egy adott ismeretlen ellenállás esetében a méréseket és számításokat két különböző a/b arány értékre végezzük el. Először az a/b arányt megválasztjuk a fennt említett módon, majd ettől eltérő tetszőleges arányt állítunk be. A mérési eredményeket szintén az 1.1. táblázatba írjuk.

A ΔR az egyensúly elérésénél kapott ellenállásérték és az interpolált érték közti eltérés és a következő összefüggés adja meg:

$$\Delta R=(R-R_i) \tag{1.6.}$$

Az abszolút hiba meghatározásához, amivel az R_x értékét meghatároztuk (kiszámoltuk), a többváltozós függvényekre vonatkozó hibákra vonatkozó képletet használjuk (négyzetes hiba képlete):

$$\varepsilon_{abs}=\sqrt{\sum_i\left(\frac{\partial X}{\partial X_i}\right)^2\cdot e_{xi}^2} \tag{1.7.}$$

Ezt alkalmazva az 1. 1. összefüggésre, az abszolút hibát megadó összefüggés:

$$\varepsilon_{abs}=\sqrt{\left(\frac{\partial R_x}{\partial a}\right)^2\cdot e_a^2+\left(\frac{\partial R_x}{\partial b}\right)^2\cdot e_b^2+\left(\frac{\partial R_x}{\partial R}\right)^2\cdot e_R^2} \tag{1.8.}$$

ahol $e_a;e_b;e_R$, a hídkapcsolásban alkalmazott dekadikus ellenállások~~nak~~ abszolút hibái. Ezek meghatározására a következő képletet használjuk:

$$e_i=\frac{\varepsilon_{ri}}{100}\cdot P_i$$

(1.9.)

ahol: ε_{ri}-a dekadikus ellenállások relatív hibái

P_i-a dekadikus ellenállás értéke az adott mérésnél, $i=a,b,R$

Az abszolút hiba segítségével meghatározhatjuk az ismeretlen (vagyis mért) ellenállás minimum és maximum határait.

$$R_{x\,max}=R_x+\varepsilon_{abs}$$
$$R_{x\,min}=R_x-\varepsilon_{abs} \tag{1.10.}$$

Az ismeretlen ellenállásokat megmérjük a digitális RLC mérőhíd segítségével is és a következő táblázatot töltjük ki:

1. 2. táblázat

Leolvasott R_x [Ω]	Pontossági osztály Po [%]	$R_{x\,min}$[Ω]		$R_{x\,max}$[Ω]		R_x[Ω] az RLC-vel	ε_{RLC} [%]
		*	**	*	**		

* - Az ellenállások pontossági osztályát a rajtuk levő színkóddal határozzuk meg és ennek segítségével számítjuk ki $R_{x\,min}$ és $R_{x\,max}$ értékeit a következő összefüggésekkel:

$$R_{x\min} = R_x - R_x \cdot P_o$$

$$R_{x\max} = R_x + R_x \cdot P_o$$

** - az 1. 1. képletet használjuk

Az R_x számított értéket véve valódi (pontos) értéknek, kiszámítjuk a digitális RLC mérőhíd relatív hibáját a következő összefüggésből:

$$\varepsilon_{RLC} = \frac{R_{XRLC} - R_X}{R_X} \cdot 100[\%] \qquad (1.11.)$$

Az így kapott relatív hibát hasonlítsuk össze az RLC mérőhíd pontossági osztályával, 0, 5%-al.

4. Megjegyzések, kérdések

4.1. Melyik esetben pontosabb az ismeretlen ellenállás meghatározása, ha a hidat kiegyenlítjük, vagy ha egy interpolált értékkel számolunk ?

4.2. Hogyan befolyásolja a galvanométer mérési tartományának megváltoztatása a híd pontosságát?

4.3. Hogyan befolyásolja az $\frac{a}{b}$ arány a mérés pontosságát?

4.4. Keressünk és rajzoljunk fel egy kondenzátort vagy egy tekercset mérő váltakozó feszültségű mérőhidat és vezessük le az ismeretlen mennyiségeket megadó összefüggéseket!